

Блок 1. Текстовые задачи

Задания Интернет-карусели

1. Оля купила несколько пломбир по 15 руб. и несколько эскимо по 34 руб., всего потратив 309 руб. Сколько мороженого купила Оля?
2. На кружке 7 девочек решали задачи. Результат каждой — количество решенных задач. Результаты любых двух девочек различны. Люда решила больше всех, а Мила — меньше всех. Сумма результатов всех без Люды на 6 меньше суммы результатов всех без Милы, а общая сумма всех результатов равна 35. Каков суммарный результат всех девочек без Люды и Милы?
3. Оля увидела в киоске своё любимое мороженое по 17 руб. Если она купит столько, сколько хочет съесть, то потратит более 102 руб., но не более 135 руб. Сколько порций любимого мороженого хочет съесть Оля?
4. В распоряжении прапорщика N солдат. Число способов выбрать двоих солдат, которые будут чистить картошку, не менее 121, но не более 152. Чему равно N ?
5. Коленька выписал 6 натуральных чисел: среди них есть число 600, нет равных чисел, все они трёхзначные и состоят только из чётных цифр. Он заметил, что среднее арифметическое любого количества из них — целое. Какова сумма этих чисел?
6. У Кати в школе 40 предметов. По некоторым из них ей уже поставили четверные оценки. Известно, что у Кати $2/7$ оценок — тройки, 40% всех оценок — пятерки. По скольким предметам Кате выставили оценки?
7. На какую наименьшую цифру может оканчиваться сумма шести подряд идущих натуральных чисел?
8. Спросил Васька Хоттабыча, сколько ему лет. Ответил ему Хоттабыч: «Если возвести в квадрат мой года и добавить полторы тысячи, то получится пятизначное число, а если умножить мой возраст на число цифр в его записи, то произведение будет оканчиваться на 0, но при этом менее 300». Сколько же лет Хоттабычу?
9. Машины бусы состоят из синих, зеленых и желтых бусинок. Синих бусинок в два раза больше, чем всех остальных, а зеленых в четыре раза больше желтых. Когда котик Василий сломал 30% всех бусин, то осталась всего 1 пара рядом стоящих одинаковых бусин. Сколько всего синих бусин осталось?
10. Какое натуральное число в 13 раз больше своей последней цифры?
11. В ряд выписаны несколько чисел. Начиная с третьего, каждое равно сумме всех предыдущих. Седьмое число отличается от суммы пятого и четвертого на 660. Чему равно шестое число?

12. В ряд написано несколько (более одного) натуральных чисел. Начиная с третьего числа, каждое следующее равно сумме всех предыдущих. Нечетных из них ровно треть. Сумма второго и пятого числа делится на 20. Первое число больше 7, а последнее — менее 170. Чему равно третье число ряда?
13. В каждую корзину помещается максимум 7 яблок. Если Петя будет раскладывать свои яблоки по 6 корзинам, то по крайней мере в две корзины будут полными. Но может уместить все яблоки в 6 корзин. Сколько яблок может быть у Пети?
14. Маша, Даша и Глаша съели кучу конфет, каждая хотя бы одну. Ни в одну из девочек не помещается более 20 конфет, Маша и Даша вместе съели не более 10 конфет, зато Даша и Глаша слопали не менее 29 конфет. Сколько всего конфет могли съесть девочки?
15. В комнате стоят стулья и табуретки, у табуреток по 3 ножки, у стульев — по 4. Известно, что стульев меньше, чем табуреток и хотя бы один стул есть. Когда на каждый стул и табуретку село по человеку, то всего «ног» стало 75. Сколько в этот момент в комнате людей?

Блок 1. Текстовые задачи

Задания Интернет-карусели. Ответы, указания, решения

1. Оля купила несколько пломбир по 15 руб. и несколько эскимо по 34 руб., всего потратив 309 руб. Сколько мороженого купила Оля?

Ответ: 13.

Указание: число 309 раскладывается в сумму слагаемых 15 и 34 единственным способом, $15 \cdot 7 + 34 \cdot 6 = 309$.

Решение. Эскимо не более 9 шт., так как $34 \cdot 10 = 340 > 309$. Достаточно перебрать случаи, когда эскимо 1, 2, 3, ..., 9 шт. Подходит только один, указанный выше.

Замечание. Можно было избежать перебора, применив дополнительные соображения. Например, 309 и 15 кратно трём, поэтому количество эскимо также кратно трём. Значит, достаточно рассмотреть 3 варианта, когда эскимо 3, 6 или 9 штук. В этих случаях стоимость эскимо оканчивается на цифры 2, 4 или 6, а стоимость пломбир — на 7, 5 или 3. Подходит только второй вариант, так как эта сумма кратна 5. Достаточно проверить.

2. На кружке 7 девочек решали задачи. Результат каждой — количество решенных задач. Результаты любых двух девочек различны. Люда решила больше всех, а Мила — меньше всех. Сумма результатов всех без Люды на 6 меньше суммы результатов всех без Милы, а общая сумма всех результатов равна 35. Каков суммарный результат всех девочек без Люды и Милы?

Ответ: 25.

Решение. Сумма результатов всех без Люды на 6 меньше суммы результатов всех без Милы, значит, Люда решила на 6 задач больше, чем Мила. Результаты девочек различны, у Люды — больше всех, у Милы — меньше всех. Значит, они решили $n, n + 1, n + 2, \dots, n + 6$ задач. Тогда $7n + (1 + 2 + \dots + 6) = 35$, $7n + 21 = 35$, $n = 2$. То есть Мила решила 2 задачи, а Люда — 8, у остальных — $35 - 2 - 8 = 25$.

3. Оля увидела в киоске своё любимое мороженое по 17 руб. Если она купит столько, сколько хочет съесть, то потратит более 102 руб., но не более 135 руб. Сколько порций любимого мороженого хочет съесть Оля?

Ответ: 7.

Решение. Если бы Оля хотела съесть не более 6 порций, то потратила бы не более $6 \cdot 17 = 102$ руб. (противоречит условию). Если бы она хотела не менее 8 порций, то нужно было потратить не менее $8 \cdot 7 = 136$ руб. (противоречит условию). Значит, она хочет купить 7 порций.

4. В распоряжении прапорщика n солдат. Число способов выбрать двоих солдат, которые будут чистить картошку, не менее 121, но не более 152. Чему равно n ?

Ответ: 17.

Решение. Двоих солдат можно выбрать $n(n - 1) : 2$ способами. Тогда из условия $242 \leq n(n - 1) \leq 304$. Если $n \leq 16$, то $n(n - 1) \leq 16 \cdot 15 = 240$. Если $n \geq 18$, то $n(n - 1) \geq 18 \cdot 17 = 306$. Поэтому возможен только вариант $n = 17$.

5. Коленка выписал 6 натуральных чисел: среди них есть число 600, нет равных чисел, все они трёхзначные и состоят только из чётных цифр. Он заметил, что среднее арифметическое любого количества из них — целое. Какова сумма этих чисел?

Ответ: 3240.

Решение. Если сумма любых 3, 4 или 5 чисел кратна соответственно 3, 4 или 5, то все числа дают равные остатки при делении на 3, 4 и 5. Так как 600 кратно 3, 4 и 5, то каждое число кратно 3, 4 и 5, то есть делится на 60. Трёхзначных, делящихся на 60 и из чётных цифр ровно 6: 240, 420, 480, 600, 660, 840. Их сумма 3240.

6. У Кати в школе 40 предметов. По некоторым из них ей уже поставили четверные оценки. Известно, что у Кати $2/7$ оценок — тройки, 40% всех оценок — пятёрки. По скольким предметам Кате выставили оценки?

Ответ: 35.

Решение. Количество оценок кратно 7 и кратно 5 (40% — это $2/5$), значит, кратно 35. Единственное число, не превышающее 40, кратное 35 — это 35.

7. На какую наименьшую цифру может оканчиваться сумма шести подряд идущих натуральных чисел?

Ответ: 1.

Решение. Сумма чисел от n до $n + 5$ равна $6n + 15$. Она нечётна, поэтому не может оканчиваться на 0. При $n = 1$ она равна 21, то есть оканчивается на 1.

8. Спросил Васька Хоттабыча, сколько ему лет. Ответил ему Хоттабыч: «Если возвести в квадрат мой год и добавить полторы тысячи, то получится пятизначное число, а если умножить мой возраст на число цифр в его записи, то произведение будет оканчиваться на 0, но при этом менее 300». Сколько же лет Хоттабычу?

Ответ: 95.

Решение. Квадрат лет Хоттабыча не менее $10000 - 1500 = 8500$, то есть ему не менее 92 лет. Ему более 99 лет, иначе произведение его возраста на количество цифр станет не менее 300. При умножении возраста на количество цифр, в конце

получается 0, значит, его возраст оканчивается на 0 или 5. От 92 до 99 подходит только 95.

9. Машины бусы состоят из синих, зеленых и желтых бусинок. Синих бусинок в два раза больше, чем всех остальных, а зеленых в четыре раза больше желтых. Когда котик Василий сломал 30% всех бусин, то осталась всего 1 пара рядом стоящих одинаковых бусин. Сколько всего синих бусин осталось?

Ответ: 11.

Решение. Из условия желтых бусинок $2n$ штук, зеленых — $8n$, синих — $20n$. Сломали $9n$ штук. Осталось $21n$ штук, из которых по крайней мере $11n$ синих. Если синих хотя бы на 2 больше, чем остальных, то пар соседних синих бусинок было бы не менее двух. Значит, $n = 1$, осталось 11 штук.

10. Какое натуральное число в 13 раз больше своей последней цифры?

Ответ: 65.

Указание. Можно перебрать все произведения цифры на 13 и найти подходящее число.

11. В ряд выписаны несколько чисел. Начиная с третьего, каждое равно сумме всех предыдущих. Седьмое число отличается от суммы пятого и четвертого на 660. Чему равно шестое число?

Ответ: 528

Решение. Если $a_1 + a_2 = a, a_3 = a, a_4 = 2a, a_5 = 4a, a_6 = 8a, a_7 = 16a$. Тогда $a_7 - (a_5 + a_6) = 16a - 2a - 4a = 10a = 660, a = 66$. Получаем, что искомое число равно $a_6 = 8 \cdot 66 = 528$.

12. В ряд написано несколько (более одного) натуральных чисел. Начиная с третьего числа, каждое следующее равно сумме всех предыдущих. Нечетных из них ровно треть. Сумма второго и пятого числа делится на 20. Первое число больше 7, а последнее — менее 170. Чему равно третье число ряда?

Ответ: 19.

Решение. Если $a_1 + a_2 = a, a_3 = a, a_4 = 2a, a_5 = 4a, a_6 = 8a, a_7 = 16a, \dots$ Заметим, что нечетными могут быть только числа a_1, a_2, a_3 , причём все три не могут быть нечетными одновременно и только одно не может быть нечетным. Значит, всего 2 нечетных числа, всего в ряду 6 чисел.

Из условия $a_6 = 8a < 170$, откуда $a \leq 21, a_1 \leq 20$.

Из условия $a_2 + 4a = 5a - a_1$ кратно 20, откуда a_2 — кратно 4 (четно), a_1 кратно 5. Поэтому, a_1 — нечётно, кратно 5, больше 7 и не более 20. Значит, $a_1 = 15$. Кратно 4 число a_2 в сумме с 15 не более 21, значит, $a_2 = 4$. Тогда $a_3 = a_1 + a_2 = 19$.

13. В каждую корзину помещается максимум 7 яблок. Если Петя будет раскладывать свои яблоки по 6 корзинам, то по крайней мере в две корзины будут полными. Но может уместить все яблоки в 6 корзин. Сколько яблок может быть у Пети?

Ответ: 38, 39, 40, 41, 42.

Указание. Всего не менее $6 \cdot 4 + 7 \cdot 2 = 24 + 14 = 38$ яблок, но не более $6 \cdot 7 = 42$ штук.

14. Маша, Даша и Глаша съели кучу конфет, каждая хотя бы одну. Ни в одну из девочек не помещается более 20 конфет, Маша и Даша вместе съели не более 10 конфет, зато Даша и Глаша слопали не менее 29 конфет. Сколько всего конфет могли съесть девочки?

Ответ: 30.

Решение. Если бы Маша съела хотя бы 2 конфеты, то Даша — не более 8, а Глаша — минимум 21. По условию все девочки съели не более 21 конфеты. Значит, Маша съела только 1 конфету.

Если Даша съела меньше 9, то Глаша должна была съесть не менее 21. Поэтому Даша съела 9, а Глаша — 20.

Итого $1 + 9 + 20 = 30$.

15. В комнате стоят стулья и табуретки, у табуреток по 3 ножки, у стульев — по 4. Известно, что стульев меньше, чем табуреток и хотя бы один стул есть. Когда на каждый стул и табуретку село по человеку, то всего «ног» стало 75. Сколько в этот момент в комнате людей?

Ответ 14.

Решение. Человек на табуретке — это 5 ног, человек на стуле — 6 ног. Общее число ног кратно 5, у людей на табуретках (вместе с табуретками) — тоже. Значит, количество людей на стульях кратно 5, их 5 или 10 (иначе «ног» буде не менее $15 \cdot 6$, то есть больше 75). Стульев меньше, чем табуреток, поэтому подходит только вариант с 5 стульями. Тогда табуреток $(75 - 30) : 5 = 9$, всего людей — $5 + 9 = 14$.